

Techniques de base

8. Proportionnalité- Fonctions linéaires

L'essentiel

1. Grandeurs proportionnelles

- Deux grandeurs x et y sont proportionnelles s'il existe un réel a tel que $y = ax$.
- Prendre $a\%$ d'une valeur x , c'est calculer $\frac{a}{100} \times x$.

2. Fonction linéaire

- Une fonction f définie par $f(x) = ax$ est une fonction linéaire.
- Quand deux grandeurs sont proportionnelles, l'une d'elles s'exprime à partir de l'autre à l'aide d'une fonction linéaire.
- La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

Exemple :

Déterminer le coefficient a de la fonction linéaire h telle que $h(5) = -12$.

En déduire l'expression algébrique de $h(x)$.

h est linéaire donc on a $h(x) = ax$ avec $h(5) = a \times 5$; $-12 = a \times 5$; $-12 \div 5 = a$; $-2,4 = a$.

Le coefficient a de la fonction h est $-2,4$. On a : $h(x) = -2,4x$.

Test

1 QCM Pour chaque question, trouver la bonne réponse.

1. Quel tableau représente une situation de proportionnalité ?

a.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 5 | 6 | 7 | 8 |

b.

| | | | | |
|---|---|------|------|----|
| x | 2 | 5 | 7 | 10 |
| y | 5 | 12,5 | 17,5 | 24 |

c.

| | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|
| x | 2 | 3 | 5 | 7 |
| y | 2,6 | 3,9 | 6,5 | 9,1 |

2. Quelle fonction est linéaire ?

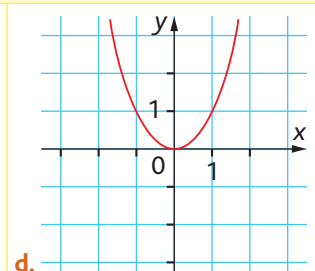
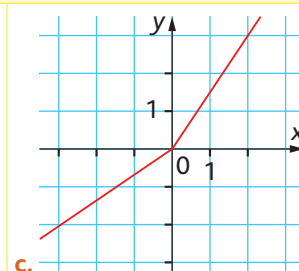
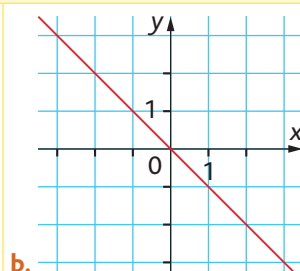
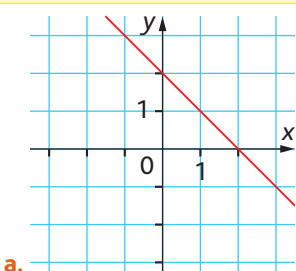
a. $f(x) = 5(x + 2)$

b. $g(x) = (x + 1)(x - 1) - x^2 + 2x + 1$

c. $h(x) = 5$

d. $i(x) = 2x + 3$

3. Quel graphique correspond à une fonction linéaire ?



4. Que vaut le nombre x dans le tableau de proportionnalité ci-contre ?

| | |
|---|----|
| x | -5 |
| 7 | 8 |

a. $-4,375$

b. environ $-5,71$

c. $-11,2$

d. -240

Applications directes

2 Dans un gâteau de 850 grammes, il y a 32 % de farine. Calculer la masse de farine dans ce gâteau.

3 Dans un groupe de 300 skieurs, 24 % d'entre eux ont moins de 20 ans. Calculer le nombre de skieurs de moins de 20 ans.

4 Dans une ville de 6 000 habitants, on dénombre 1 560 enfants de moins de 18 ans.

Exprimer en pourcentage, la proportion des enfants de moins de 18 ans dans cette ville.

5 Simplifier chaque expression et préciser si la fonction est linéaire ou non.

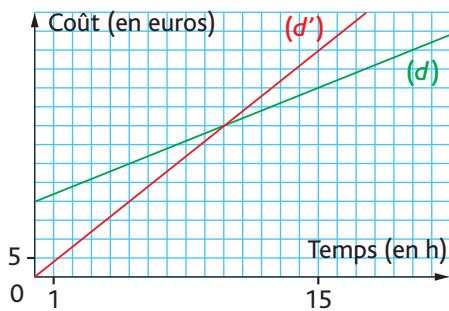
a. $f(x) = 3(4x + 2) - 2(2x + 3)$;

b. $f(x) = (x + 1)(x - 2)$; c. $f(x) = x^2 + 4 - (x + 2)^2$;

d. $f(x) = (2x + 3)^2 - 4x^2 - 9$.

Techniques de base

- 6 Pour se connecter à Internet, les clients ont le choix entre deux tarifs A et B.



Sur le diagramme ci-contre, la droite (d) représente le tarif A et la droite (d') représente le tarif B. Pour chacun des deux tarifs A et B, préciser, en justifiant la réponse, si le coût est proportionnel ou non à la durée des communications.

8. Proportionnalité – Fonctions linéaires

Corrigés

Test

- 1 $1. 5 \div 1 = 5$ et $8 \div 4 = 2$: le tableau du a. n'est pas de proportionnalité.
 $5 \div 1 = 5$ et $19 \div 4 = 4,75$: le tableau du c. n'est pas de proportionnalité.
 $2,6 \div 2 = 1,3$; $3,9 \div 3 = 1,3$; $6,5 \div 5 = 1,3$;
 $9,1 \div 7 = 1,3$: c'est proportionnel : réponse b.
2. $g(x) = (x + 1)(x - 1) - x^2 + 2x + 1$
 $= x^2 - 1 - x^2 + 2x + 1 = 2x$.
C'est la seule des quatre fonctions dont l'expression peut s'écrire sous la forme ax : réponse b.
3. Le graphique qui correspond à une fonction linéaire est celui d'une droite passant par l'origine du repère : réponse b.
4. Par produit en croix, on a $8x = 7 \times (-5)$, soit $x = -35 \div 8 = -4,375$: réponse a.

Applications directes

- 2 La farine représente 32 % des 850 grammes du gâteau.
On a : $\frac{32}{100} \times 850 = 272$.
Il y a 272 grammes de farine dans le gâteau.

- 3 Les skieurs de moins de 20 ans représentent 24 % des 300 skieurs.
On a : $\frac{24}{100} \times 300 = 72$.

Il y a 72 skieurs de moins de 20 ans dans le groupe.

- 4 La proportion d'enfants de moins de 18 ans est :
 $\frac{\text{nombre d'enfants}}{\text{nombre de personnes}} = \frac{1560}{6000} = 0,26$.

Les enfants de moins de 18 ans représentent 26 % de la population.

- 5 a. $f(x) = 12x + 6 - 4x - 6 = 8x$: **f est linéaire.**
b. $f(x) = x^2 - 2x + x - 2 = x^2 - x - 2$:
f n'est pas linéaire.
c. $f(x) = x^2 + 4 - (x^2 + 4x + 4) = -4x$: **f est linéaire.**
d. $f(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 9 = 12x$:
f est linéaire.

- 6 • La droite (d) , qui représente le tarif A, ne passe pas par l'origine du repère.

Pour le tarif A, le coût n'est pas proportionnel à la durée des communications.

- La droite (d') , qui représente le tarif B, passe par l'origine du repère.

Pour le tarif B, le coût est proportionnel à la durée des communications.