Techniques de base

12. Variations en pourcentage

L'essentiel

- Augmenter de a % une valeur, revient à la multiplier par $\left(1 + \frac{a}{100}\right)$.
- Diminuer de a % une valeur, revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{a}{100}\right)$.

Faire varier de a % une valeur, c'est lui appliquer une fonction linéaire.

Exemple :

Un ouvrier a un salaire de 1 100 € par mois.

Ce salaire est augmenté de 3,7 %.

On a : $1100 \times \left(1 + \frac{3,7}{100}\right) = 1140{,}7$.

Le nouveau salaire est de 1 140,70 €.

Test

1 **QCM** Pour chaque question, trouver la bonne réponse.

1. La population d'une ville diminue de 10 %. Par combien est-elle multipliée ?	**a.** 0,1	**b.** 10	**c.** 1,1	**d.** 0,9
2. Un vêtement coûte 45 euros après une remise de 10 %. Avant la remise, il coûtait :	**a.** 50 euros	**b.** 49,50 euros	**c.** 40,50 euros	**d.** 40 euros
3. Un objet à 30 euros, soldé à 24 euros, a subi une remise de :	**a.** 6 %	**b.** 20 %	**c.** 25 %	**d.** 30 %
4. La fonction linéaire $x \longmapsto 1{,}15x$ traduit :	**a.** une diminution de 15 %	**b.** une augmentation de 15 %	**c.** une diminution de 85 %	**d.** une augmentation de 115 %

Applications directes

2 Combien coûte un article à 80 euros avec une remise de 30 % sur le prix ?

3 Dans une entreprise, les salaires ont été augmentés de 2,5 % le 1er janvier 2010.

1. En décembre 2009, le salaire de Monsieur Martin était de 1 258 euros.

a. Calculer l'augmentation de salaire en euros.

b. En déduire le salaire de Monsieur Martin en janvier 2010.

c. Comment peut-on trouver directement le salaire de Monsieur Martin en janvier 2010 à partir du salaire en décembre 2009, sans calculer le montant de l'augmentation ?

2. On désigne par x le salaire d'un employé en décembre 2009 et par y son salaire en janvier 2010.

a. Quelle est la nature de la fonction qui à x associe y ?

b. Exprimer y en fonction de x.

3. Le 1er juillet 2010, les salaires augmentent à nouveau de 0,98 %. Déterminer à 0,01 % près, le pourcentage d'augmentation des salaires entre décembre 2009 et juillet 2010.

4 Un commerçant augmente tous ses prix de 8 %.

1. Quel est le coefficient de la fonction linéaire associée ?

2. Un téléviseur coûte, après augmentation, 540 euros. Combien coûtait-il avant ?

5 Dans chacun des cas suivants, donner le coefficient multiplicatif correspondant à une hausse ou à une baisse de pourcentage donné :

a. une hausse de 30 % ; **b.** une baisse de 30 % ;
c. une hausse de 45 %; **d.** une baisse de 91 % ;
e. une hausse de 300 % ; **f.** une baisse de 100 %.

6 Le coût d'un objet augmente de 10 % le 1er février. Il augmente encore, le 1er octobre, de 20 % par rapport à son prix précédent ; il est alors égal à 792 euros.

1. Combien coûtait-il avant les deux augmentations ?

2. Quel est le pourcentage de l'augmentation unique ayant le même effet sur le prix de l'objet que les deux augmentations précédentes ?

Techniques de base

12. Variations en pourcentage

Corrigés

Test

1 1. Diminuer une valeur de 10 % revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{10}{100}\right)$, soit par 0,9 : réponse **d.**
2. Soit x le prix initial. On veut $x \times 0{,}9 = 45$, donc $x = 45 \div 0{,}9$. Le vêtement coûtait 50 euros : réponse **a.**
3. Soit x le coefficient multiplicateur pour passer de 30 à 24. On a $30 \times x = 24$, soit $x = 24 \div 30$.
On a $x = 0{,}8$ ou encore $x = 1 - \frac{20}{100}$; cela correspond à une remise de 20 % : réponse **b.**
4. On a $1{,}15 = 1 + 0{,}15 = 1 + \frac{15}{100}$; cela correspond à une augmentation de 15 % : réponse **b.**

Applications directes

2 On a 30 % de remise sur l'article à 80 €.
Diminuer une valeur de a % revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{a}{100}\right)$. On a : $80 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 56$.
L'article coûte 56 €.

3 1. a. On fait $2{,}5\ \% \times 1258 = 31{,}45$.
Le salaire augmente de **31,45 euros**.
b. On fait $1258 + 31{,}45 = 1289{,}45$.
En janvier 2010, le salaire de Monsieur Martin est de **1 289,45 euros**.
c. Augmenter de a % revient à multiplier par $\left(1 + \frac{a}{100}\right)$.
Ici les salaires augmentent de 2,5 %, donc ils sont multipliés par $\left(1 + \frac{2{,}5}{100}\right)$, soit par 1,025.
On fait $1258 \times 1{,}025 = 1289{,}45$.
On retrouve un salaire de **1 289,45 euros** pour Monsieur Martin en janvier 2010.

2. a. On a $y = \mathbf{1{,}025}x$.
b. La fonction qui fait passer de x à y est **affine** et **linéaire**.
3. En augmentant de 0,98 %, les salaires sont à nouveau multipliés par 1,0098.
De décembre 2009 à juillet 2010, les salaires sont multipliés par $1{,}025 \times 1{,}0098$, soit par 1,035045 qui vaut $1 + \frac{3{,}5045}{100}$.
De décembre 2009 à juillet 2010, les salaires augmentent de **3,50 % à 0,01 % près**.
N.B. Les pourcentages ne s'ajoutent pas : la réponse n'est pas $2{,}5 + 0{,}98$.

4 1. Augmenter de 8 % revient à appliquer une fonction linéaire de coefficient $1 + \frac{8}{100}$, soit **1,08**.
2. Soit x le prix du téléviseur avant augmentation ;
on veut : $1{,}08x = 540$, soit $x = 540 \div 1{,}08 = 500$.
Avant augmentation, le téléviseur coûtait 500 euros.

5 a. une hausse de 30 % : multiplication par **1,3** ;
b. une baisse de 30 % : multiplication par **0,7** ;
c. une hausse de 45 % : multiplication par **1,45** ;
d. une baisse de 91 % : multiplication par **0,09** ;
e. une hausse de 300 % : multiplication par **4** ;
f. une baisse de 100 % : multiplication par **0**.

6 1. Soit x le prix initial.
On veut $x \times 1{,}1 \times 1{,}2 = 792$, soit $x = 792 \div (1{,}1 \times 1{,}2)$.
On obtient $x = 600$.
L'objet coûtait 600 euros avant les deux augmentations.
2. $1{,}1 \times 1{,}2 = 1{,}32$: **l'augmentation unique est de 32 %.**