

1. Puissances

L'essentiel

1. Puissances : définitions et règles de calcul

• Soit n un entier supérieur à 1 et a un nombre :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs } a}, \quad \text{et si } a \neq 0, a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a^1 = a, \quad \text{et si } a \neq 0, a^0 = 1, a^{-1} = \frac{1}{a} : \text{c'est l'inverse de } a.$$

• Soit a un nombre, b un nombre non nul, n et m deux entiers relatifs :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}; \quad \frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}; \quad (a^m)^n = a^{m \times n}; \quad a^m \times b^m = (ab)^m; \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m.$$

Exemple :

$$\frac{10^{-3} \times (10^3)^{-2} \times 10^2}{10^{-4} \times 10^{-2}} = \frac{10^{-3+3 \times (-2)+2}}{10^{-4+(-2)}} = \frac{10^{-7}}{10^{-6}} = 10^{-7-(-6)} = 10^{-1} = \frac{1}{10}.$$

2. Notation scientifique

On appelle notation scientifique d'un nombre strictement positif, une notation de la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$.

Exemple :

L'écriture scientifique de 6 400 est $6,4 \times 10^3$.

L'écriture scientifique de 0,0245 est $2,45 \times 10^{-2}$.

Test

1 QCM Pour chaque question, trouver la bonne réponse.

1. Que vaut 10^{-3} ?	a. 1 000	b. - 1 000	c. 0,000 1	d. 0,001
2. Que vaut $10^{-2} \times 10^6$?	a. 10^{-8}	b. 10^{-12}	c. 10^4	d. 10^{-3}
3. Que vaut $2^4 \times 2^3 \times 2^2 \times 2$?	a. 2^9	b. 2^{24}	c. 2^{10}	d. 192
4. Quelle expression est égale à $(-7,4)^{-3}$?	a. $-7,4 \times (-3)$	b. $7,4^3$	c. $\frac{1}{-7,4^3}$	d. $7,4 \times 3$
5. On a $10^{-5} \div 10^m = 10^{-8}$. Quelle est la valeur de m ?	a. - 3	b. 3	c. - 13	d. 13
6. Quelle est l'écriture scientifique de 0,002 5 ?	a. 25×10^{-4}	b. $0,25 \times 10^{-2}$	c. $2,5 \times 10^{-3}$	d. $2,5 \times 10^3$

Applications directes

2 Écrire sous la forme a^n .

- a. $2^3 \times 7^3$; b. $4^5 \times 3^5$; c. $3^2 \times 5^2$;
d. 16×5^2 ; e. $7^3 \times 27$; f. 16×5^4 .

3 Donner le résultat sous forme d'un entier ou d'une fraction.

- a. $\frac{2^8}{2^5}$; b. $\frac{7^3}{7^2}$; c. $\frac{5^2}{5^4}$; d. $\frac{17,1^4}{17,1^4}$; e. 5^{-3} ; f. $(2^{-2})^2$.

4 Compléter les égalités suivantes.

- $6^3 \times 6^{\dots} = 6^5$; • $7^{\dots} \div 7^4 = 7^2$;
• $3 \times 3^{\dots} = 3^4$; • $5^{-2} \times 5^{\dots} = 5^3$.

5 On donne : $A = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^4}$.

- a. Donner l'écriture décimale de A .
b. Exprimer A en écriture scientifique.

6 On pose $B = \frac{15 \times 10^{-3} \times 7 \times 10^7}{5 \times 10^2}$.

- Calculer B .
Présenter le résultat sous la forme scientifique.

7 Calculer et donner le résultat sous forme irréductible : $C = \frac{3 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-4}}{9 \times 10}$.

1. Puissances

Corrigés

Test

1. $10^{-3} = 0,0001$: réponse **d**.
2. $10^{-2} \times 10^6 = 10^{-2+6} = 10^4$: réponse **c**.
3. $2^4 \times 2^3 \times 2^2 \times 2 = 2^{4+3+2+1} = 2^{10}$: réponse **c**.
4. $(-7,4)^{-3} = \frac{1}{-7,4^3}$: réponse **c**.
5. $10^{-5} \div 10^m = 10^{-8} \Leftrightarrow 10^3 = 10^m 10^{-5} = 10^{-8} \times 10^m$
 $\Leftrightarrow 10^3 = 10^m 10^{-5} \div 10^{-8} = 10^m \Leftrightarrow 10^{-5 - (-8)} = 10^m$
 $\Leftrightarrow 10^3 = 10^m$: réponse **b**.
6. L'écriture scientifique de 0,002 5 est $2,5 \times 10^{-3}$: réponse **c**.

Applications directes

2. a. $2^3 \times 7^3 = (2 \times 7)^3 = 14^3$;
b. $4^5 \times 3^5 = (4 \times 3)^5 = 12^5$;
c. $3^2 \times 5^2 = (3 \times 5)^2 = 15^2$;
d. $16 \times 5^2 = 4^2 \times 5^2 = (4 \times 5)^2 = 20^2$;
e. $7^3 \times 27 = 7^3 \times 3^3 = (7 \times 3)^3 = 21^3$;
f. $16 \times 5^4 = 2^4 \times 5^4 = (2 \times 5)^4 = 10^4$.
3. a. $\frac{2^8}{2^5} = 2^{8-5} = 2^3 = 8$;
b. $\frac{7^3}{7^2} = 7^{3-2} = 7$;
c. $\frac{5^2}{5^4} = 5^{2-4} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$;
d. $\frac{17,1^4}{17,1^4} = 17,1^{4-4} = 17,1^0 = 1$;

e. $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$;

f. $(2^{-2})^2 = 2^{-2 \times 2} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$.

4. • $6^3 \times 6^2 = 6^5$ car $3 + 2 = 5$;
• $7^6 \div 7^4 = 7^2$ car $6 - 4 = 2$;
• $3 \times 3^3 = 3^4$ car $1 + 3 = 4$;
• $5^{-2} \times 5^5 = 5^3$ car $-2 + 5 = 3$.

5. a. $A = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^4}$
 $= \frac{3 \times 6 \times 0,3}{6} \times 10^{2+(-3)-4}$
 $= 0,9 \times 10^{-5}$.

On obtient : $A = 0,000\ 009$.

b. En écriture scientifique, on a $A = 9 \times 10^{-6}$.

6. $B = \frac{15 \times 10^{-3} \times 7 \times 10^7}{5 \times 10^2}$
 $= \frac{3 \times 5 \times 7}{5} \times 10^{-3+7-2}$
 $= 21 \times 10^2$
 $= 2,1 \times 10^1 \times 10^2$.

On a donc $B = 2,1 \times 10^3$.

7. $C = \frac{3 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-4}}{9 \times 10} = \frac{3 \times 2}{9} \times 10^{5+(-4)-1}$
 $= \frac{2}{3} \times 10^0$.

On a donc $C = \frac{2}{3}$.